Розділ 2

Перетворення алгебраїчних виразів

Алгебраїчними називаються такі вирази , в яких над числами та змінними , що входять до них, виконуються дії додавання , віднімання, множення, ділення, піднесення до раціонального степеня і добування кореня.

Наприклад:   

Раціональними називаються алгебраїчні вирази, в яких виконуються тільки дії додавання ,віднімання ,множення ,ділення та піднесення до степеня з натуральним показником. Наприклад 

Раціональний вираз, в якому немає змінної в знаменнику, називається цілим раціональним виразом. Наприклад, 

Дробово – раціональний вираз – це такий що містить змінну у знаменнику дробу. Наприклад, 

Ірраціональними називаються такі алгебраїчні вирази, в яких виконуються дії піднесення до степеня з дробовим показником, або добування кореня.

Наприклад,  

Перетворення виразів має на меті їх спрощення. Це досягається такими шляхами:

а). додавання подібних членів многочленна;

б). перетворення чисельника і знаменника в добутки, винесення спільного множника за дужки і скорочення дробу;

в). застосування формул скороченого множення:

*(а+в)2=а2+2ав+в2;*

*(а – в)2=а2 – 2ав+в2;*

*а2 – в2=(а – в)а+в);*

*(а+в)3=а3+3а2в+3ав2* +*в3;*

*(а – в)3=а3 – 3а2в+3ав2 – в3;*

*а3+в3=(а+в)а2 – ав+в2);*

*а3 – в3=(а – в)а2+ав+в2).*

*ах2+вх+с –* квадратний тричлен,

*х1, х2 –* корені квадратного тричлена,

ах2+*вх+с=ах – х1) х – х2) –* формула розкладання квадратного тричлена *на* множники.

**«Знаряддями» при перетворенні алгебраїчних виразів**

**є такі формули:**

 ;

 ;

 ;

 .

Приступаючи до безпосереднього перетворення виразів виразів, не забувайте про такі чотири поради:

 1). Не діліть на 0;

 2). Не добувайте кореня парного степеня з від’ємного числа;

 3). Не шукайте логарифмів від’ємних чисел з від’ємною основою та основою, що дорівнює 1;

 4). Пам’ятайте, що  і 

Корисно пригадати алгоритм зведення кількох дробів до спільного знаменника: 1.знайти Н. С.З. цих дробів;

 2.розділити знайдений НСЗ на знаменник кожного дробу та знайти додаткові множники для кожного дробу;

 3.помножити чисельник кожного дробу на відповідний додатковий множник

 І записати ці добутки в чисельнику ,а знайдений Н.С.З.-у знаменнику .

 При зведенні алгебраїчних дробів до спільного знаменника доцільно чітко

диференціювати кожний етап роботи за такою схемою:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Знаменник дробу | Н.С.З. дробів | Додаткові множники |
|

|  |
| --- |
| *х* |
| *х – 2* |
| *х+2* |

 |  |

|  |
| --- |
| *х2 – 4* |
| *х2+2х* |
| *х2 – 2х* |

 |
|

|  |
| --- |
| 1 |
| *х – 3* |
| *х2+3х+9* |

 |  |

|  |
| --- |
| *х3 – 27* |
| *х2+3х+9* |
| *х – 3* |

 |

Вступом до практикуму цього розділу можуть бути такі вправи:

**2.1** « При якому значенні параметра ***а*** квадратний тричлен *25****х****2* +*30х*+а можна

записати у вигляді повного квадрата суми двох одночленів.»

Розв’язання.

Перетворимо даний тричлен 25*х2*+*30х*+5=522+22+2

=(*5х)2+*30*х*+9.

Співставляючи початок цієї фрази з її кінцем, можна помітити, що а=9.

є квадрат суми двох одночленів.

 В таких вправах ,безпосередня підстановка у вираз значення змінної

приводить до громіздких обчислень, слід спочатку виконати спрощення виразів. Наприклад, обчислити значення виразу:

**2.2**  при *в*=0,0025.

 Розв’язання:



Відповідь: –2.

**2.3** Обчислити: при *х*=4,1.

Розв’язання.

Спочатку потрібно спростити цей вираз, замінивши корені степенями з дробовими показниками: =

Якщо *х*=4,1, то *х* – 4= 4,1 – 4=0,1.

Відповідь: 0,1.

Обчислити:

**2.4** якщо *х*=9,1.

Розв’язання:

Якщо *х=*9,1, то *х* – 49=9,1 – 49= –39,9.

Відповідь: –39,9.

Cпростити вираз: **2.5** 

Розв’язання:

О.Д.З:  Застосовуючи формули скороченого множення, розкладаємо знаменник кожного дробу на множники:

 *а2 – 1=а2 – 12=(а – 1)*

*а3 – а2+а – 1=(а3 – а2)+(а – 1)=а2(а – 1)+*

*а3+а2+а+1=а2(а+1)+(а+1)=(а+1)*

*а4 – 1= а4 – 14=(а2 – 12) (а2 +12)=(а – 1)*(*а2+1*)*.*

НСЗ=(*а – 1)(а+1)(а2+1).*

Ділимо НСЗ на кожний з чотирьох знаменників даних дробів.

Одержимо додаткові множники до: першого дробу 

другого дробу 

третього дробу 

четвертого дробу 

Таким чином,



Відповідь:  при 

Розв’язання:

 

*х2+5х+6=0.* За теоремою Вієта:

*х1=* –2; *х2=* –3. Тоді



Відповідь: при 

Спростити вираз:

**2.6** 

Відповідь:  при 

**2.7** Спростити вираз: 

Розв’язання:

Так як цей вираз існує не при всіх значеннях змінної а, то знайдемо О.Д.З.:

  

 

 Отже, ОДЗ даного виразу . В області допустимих значень перетворимо даний вираз . Можна спочатку перетворити вираз:



Тоді 

Враховуючи, що  маємо 

Відповідь: .

Спростіть вираз:

**2.8** 

Розв’язання:

Відповідь:  при умові, що 

Cпростити вираз: **2.9** 

Розв’язання:



При *а – 5*

**2.10** При яких натуральних значеннях R дріб  набуває натуральних значень?

Розв’язання: Перетворимо даний вираз, застосувавши теорему про подільність суми

 При будь-яких натуральних значеннях R вираз 5R+.8 є натуральним числом. Вираз  набуває натуральних значень лише при тих натуральних значеннях R, при яких 12 націло ділиться на R, тобто при R Відповідь: .

**2.11** Дано : аВизначити Y=

Розв’язання:

 Значить, 

Якщо а)   *добувши, дістанемо нерівність*

*  а тому *

Y= 

б)      

У= 

Відповідь:

**Завдання для самостійної роботи:**

**2.12** При якому значенні параметра а квадратний тричлен можна записати у вигляді повного квадрата різниці двох одночленів?

Відповідь: 36.

 **2.13** Обчислити: , якщо . Відповідь: 

**2.14** Обчислити:  якщо  Відповідь: 0,8.

**2.15** Обчислити:  якщо  Відповідь: 3,1.

**2.16** Обчислити:  якщо  Відповідь: 12.

Спростити вирази:

**2.17.**  Відповідь:

 **2.18.**  Відповідь: 

 **2.19.**  Відповідь: 

 **2.20.**  Відповідь: 

 **2.21.**  Відповідь: 

 **2.22.**  Відповідь: 

**2.23.**  Відповідь: 2.

**2.24.**  Відповідь: 

**2.25.**  Відповідь: 

**2.26.** При яких натуральних значеннях *К* дріб  набуває натуральних значень?

Відповідь: 