Раздел 3

Степени. Корни. Логарифмы

Cтепенью числа *а* с натуральным показателем  называется произведение *n* множителей, каждый из которых равен *а*.





Степенью неотъемлемого числа *а* с неотъемлемым действительным показателем L=L0, L1 L2 L3 L4… называется предел последовательности степеней числа *а* с рациональными показателями, которые являются приближенными значениями числа L с точностью до 0,1; 0,01; 0,001… с недостачей. ****

По определению имеем: а =а; а   

Например: 51=5; 60=1;  

Свойства степени с произвольным действительным показателем:

1).  *умножения степеней с одинаковыми основаниями;*

2).  *деления степеней с одинаковыми основаниями;*

3).  *возведение степени в степень;*

4).  *возведение произведения в степень;*

5).  *возведение дроби в степень.*

Найти значение выражения:

**3.1** а). 

б). 

в). 

г). 

д). 

е). 

є). 

**3.2** Упростить выражение и вычислить его значение при *а*=1,8; *в*=0,5



Если а=1,8; в=0,5, то  Ответ: 

**Задания для самостоятельной работы:**

**3.3** Вычислить:  Ответ: 3.

Упростить выражение: **3.4**  Ответ: *х.*

**3.5**  Ответ: 4.

**3.6**  Ответ:  при 

**3.7**  Ответ:  при 

 **3.8**  Ответ:при *х*

**3.9**  Ответ:  при 

**3.10**  Ответ: –1 при 

**3.11** Дано: 

Найти  Ответ: 

**3.12** Дано: 

Найти  Ответ: 

**3.13** Дано: 

Найти  Ответ: 

**3.14** 

Ответ:  при 

**3.15**  Ответ: 1 при 

**3.16**  Ответ:  при 

**3.17**  Ответ: 1 при 

Определение и свойства корня из числа

 Корнем *п*-ой степени  числа *а* называется число *в* , *п-о*й степень которого равна *а* .  Например,   показатель корня, 8 – подкоренное выражение, 2 – значение корня. Из определения корня следует тождество или 

Если *п –* *четное число,* то существует два значения корня из любого положительного числа. Например: Если *п –* *нечетное число*, то существует только одно значение корня с какого - либо действительного числа. Например: 

Арифметическим корнем *п* – степени  с неотъемлемого числа *а* называется неотъемлемое число *в*, *п* – ая степень которого равна *а*.

Например: 

нахождение корня *п* – степени называется извлечением корня.

**Свойства арифметического корня:**

 корень из произведения;

 корень из дроби;

 корень из корня.



 Если то 



  Тут 2*т* – парное число, *2т+1* – непарное число. Покажем применение определения корня из числа и его свойств к решению упражнений.

Найти значение выражения  Решение:

Разложим число 75 на два множителя так, чтобы хотя бы с одной из них добывался корень 75=25Число 48 разложим на два множителя так, чтобы один из них был равен 3: 48=3  Используем свойство корня из произведения:  Ответ:60.  Решение: превратим каждое из «смешанных» чисел в неправильную дробь, а потом упростим подкоренное выражение:  Ответ: 2.

 Решение: не из числа 0,27, не из числа (–100) кубический корень не добывается, а потому подкоренное выражение преобразуем таким образом:



 Ответ: –3.

 Решение: превратим подкоренное выражение, используя формулу разности квадратов двух чисел:



 Ответ: 2.

 Решение:

Целесообразно сначала избавиться от иррациональности в знаменателе каждого из трех дробей: 



 

. Ответ: 33.

Заслуживает внимания такой способ упрощения выражений типа:

 Решение: обозначим 

Возведем обе части этого равенства в квадрат:

6+2

12-2

12-2;

12-2

А

А= Поскольку  то разница 

Значит, А=2. Ответ: 2.

Вычислить значение выражения:

**3.18** при *а =2,5.*

Решение:

Упростим это выражение, сведя подкоренных выражений к общему знаменателю. Затем используем формулу разности квадратов и после сокращения применим понятие модуля числа.



Если *а* = 2,5, то 

Ответ: 2.

**3.19** Доказать, что 

Доказательство

 л.ч. 

п.ч. =  

Поскольку левая и правая части равны одной и той же числовые  то равенство доказанно.

В следующих двух упражнениях используем идею возведения в некоторую степень выбранной части равенства и одновременного извлечение корня из нее такой же самой степени.

**3.20** Доказать равенство  Доказательство.

Поскольку традиционное избавление от иррациональности в знаменателе дроби в этом упражнении не приводит к цели, то над левой частью равенства выполним такие преобразования:

1. возведем ее в куб; 2. одновременно и добудем из нее корень кубический.

 л.ч. 

**3.21** Доказать равенство 

Доказательство

Поскольку левая часть выражения положительная, то для ее преобразования используем идею решения предыдущего упражнения:

л.ч.

**Задания для самостоятельной работы:**

Найти значение выражения: **3.22**  Ответ: 20.

**3.23 ** Ответ: 30.

 **3.24**  Ответ: 2.

 **3.25**  Ответ: 5.

**3.26**  Ответ: 0.

**3.27**  Ответ: 8.

**3.28**  Ответ: 2.

**3.29**  Ответ: 0.

**3.30** Упростить выражение:  Ответ: 2.

**3.31** Найти значение выражения:  при *х*=26. Ответ: 1.

**3.32** Упростить выражение: 

Доказать равенства:

**3.33** 

**3.34** 

**3.35** 

Найти:

**3.36** *у* = если  Ответ: *а+в.*

**3.37** *у=*  если , где   

Ответ: 

**3.38** *у=* если  де 

Ответ:  если  если 

**3.39**  если  где 

Ответ: 

Определение и свойства логарифма числа

Логарифмом числа *N* дляоснования *а*  называется показатель степени, в которую нужно возвести число а, чтобы получить число *N.*

В зависимости от их основания логарифмы можно классифицировать на три большие группы:



**Полезные соотношения:** *logaa=1;* *logа1=0.*

**Основное логарифмическое тождество:** *alogaB =* *B.*

**Логарифмы существуют только для положительных чисел и обладают такими свойствами:**

1). *loga*

2). 

3). 

4). 

5). 

6). 

Выражение логарифма выражения через логарифмы его компонентов называется логарифмированием. Действие, обратное логарифмированию, называется потенцированием.

Сначала целесообразно решать упражнения на применение основного логарифмического тождества, которые являются хорошей пропедевтикой для решения логарифмических уравнений и неравенств.

Например: 







 Решение несколько сложных упражнений этого типа, например, вычислить значение выражения: 

 Решение:

Вычислим значение каждого из трех членов этого выражения отдельно:







Значит, 25+5 – 6=24. Ответ: 24.

**3.40** Вычислить: 

 Решение:

Используем формулу перехода от одного основания логарифмов к другому:

 Таким образом,

 Ответ: 15.

**3.41** Вычислить: 

Решение

Заменим сумму логарифмов логарифмом произведения согласно свойств логарифмов:

С формулы *п-го*  члена арифметической прогресии 

находим количество ее членов: 

*an=a1+d(n-1); a1=1; a2=3; an=89.* 

*d=3-1=2.*

*89=1+2(n-1); 2(n-1)=89-1; 2(n-1)=88;*

*n-1= n=44+1=45.* Ответ: 2025.

Для вычисления суммы *п* первых членов арифметической прогрессии используем формулу



**3.42** Дано:   Найти 

Решение:

Превратим искомый логарифм: Ответ: 

**3.43** Дано : logНайти 

Решение:

Выражение  заменим логарифмом с основой 6: 

Ответ: 2.

**3.44** Дано:  Найти 

Решение:

Перейдем к логарифмам с основанием 12: 18=  

  

  

  

 Ответ: 

**3.45** Дано:  Найти 

Решение:

Перейдем к логарифмам с основанием 20:



 

 

 

 

  Ответ: 

**Задания для самостоятельной работы:**

**3.46** Известно, что *lg2* = 0,301. Вычислить 

Ответ: 0,301.

Вычислить:

**3.47** 20*log* Ответ:15.

**3.48** 18 Ответ: 6

**3.49**  Ответ: 11.

**3.50**  Ответ: 19.

**3.51**  Ответ: 2.

**3.52**  Ответ: 9.

**3.53**  Ответ: 6.

 **3.54**  Ответ: 11.

**3.55**  Ответ: 1,5.

**3.56**  Ответ: 3,5.

**3.57** *в,* если *в=sіп*. Ответ: –.

**3.58** 3 Ответ:9.

**3.59**  если  Ответ: 8.

**3.60**  Ответ: 1,5

**3.61** 8+ Ответ: 10.

**3.62**  если   Ответ: 1,2.

**3.63**  если  Ответ: 4.

**3.64**  Ответ: 2.

Найти *х,* если:

**3.65**  Ответ: 

**3.66**  Ответ: 

**3.67**  Ответ: 11,25.

**3.68** Дано:   Найти  Ответ: 

**3.69** Дано:  Найти  Ответ: 

**3.70** Дано:   Найти  Ответ: 

**3.71** Дано:  Найти  Ответ: 

**3.72** Дано:  Найти  Ответ: 

**3.73** Найти  если  Ответ: 

**3.74** Найти  если  Ответ: 

**3.75** Найти  если  Ответ: 

**3.76** Найти  если  Ответ: 

**3.77** Найти  если  Ответ: 