Раздел 2

Преобразование алгебраических выражений

Алгебраическими называются такие выражения, в которых над числами и переменными, входящие в них, выполняются действия сложения, вычитания, умножения, деления, возведения в рациональную степень и извлечения корня.

Например:   

Рациональными называются алгебраические выражения, в которых выполняются только действия сложения, вычитания, умножения, деления и возведения в степень с натуральным показателем.

Например: 

Рациональное выражение, в котором нет переменной в знаменателе, называется целым рациональным выражением.

Например: 

Дробно - рациональное выражение - это выражение, содержащее переменную в знаменателе дроби.

Например: 

Иррациональными называются такие алгебраические выражения, в которых выполняются действия возведения в степень с дробным показателем, или извлечения корня.

Например:  

Преобразование выражений имеет цели - их упрощение. Это достигается следующими путями:

а). добавления подобных членов многочленов;

б). преобразования числителя и знаменателя в произведения, вынесение общего множителя за скобки и сокращение дроби;

в). применение формул сокращенного умножения:

*(а+в)2=а2+2ав+в2;*

*(а – в)2=а2 – 2ав+в2;*

*а2 – в2=(а – в)а+в);*

*(а+в)3=а3+3а2в+3ав2* +*в3;*

*(а – в)3=а3 – 3а2в+3ав2 – в3;*

*а3+в3=(а+в)а2 – ав+в2);*

*а3 – в3=(а – в)а2+ав+в2).*

*ах2+вх+с –* квадратный трехчлен,

*х1, х2 –* корни квадратного трехчлена,

ах2+*вх+с=ах – х1) х – х2) –* формула разложения квадратного трехчлена на множители.

**«Орудиями» при преобразовании алгебраических выражений**

**есть такие формулы:**

 ;

 ;

 ;

 .

Приступая к непосредственному преобразованию выражений, не забывайте о таких четырех советах:

 1). Не делите на 0;

 2). Не добывайте корня четной степени из отрицательного числа;

 3). Не ищите логарифмов отрицательных чисел с отрицательной основой и основанием, равным 1;

 4). Помните, что  и 

Полезно вспомнить алгоритм возведения нескольких дробей к общему знаменателю:

1.найти Н.О.З. этих дробей;

2. разделить найденный Н.О.З. на знаменатель каждой дроби и найти дополнительные множители для каждой дроби;

3. умножить числитель каждой дроби на соответствующий дополнительный множитель и записать эти произведения в числителе, а найденный Н.О.З. - в знаменателе.

При возведении алгебраических дробей к общему знаменателю целесообразно четко дифференцировать каждый этап работы по такой схеме:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Знаменатель дроби | Н.О.З. дробей | Дополнительные множители |
|

|  |
| --- |
| *х* |
| *х – 2* |
| *х+2* |

 |  |

|  |
| --- |
| *х2 – 4* |
| *х2+2х* |
| *х2 – 2х* |

 |
|

|  |
| --- |
| 1 |
| *х – 3* |
| *х2+3х+9* |

 |  |

|  |
| --- |
| *х3 – 27* |
| *х2+3х+9* |
| *х – 3* |

 |

Вступлением практикума этого раздела могут быть такие упражнения:

**2.1** При каком значении параметра ***а*** квадратный трехчлен *25****х****2* +*30х*+а можно записать в виде полного квадрата суммы двух одночленов.

Решение:

Преобразуем данный трехчлен 25*х2*+*30х*+5=522+22+2

=(*5х)2+*30*х*+9.

Сопоставляя начало этой фразы с концом, можно заметить, что а=9.

 есть квадрат суммы двух одночленов.

В таких упражнениях, непосредственная подстановка в выражение значения переменной приводит к громоздким вычислениям, следует сначала выполнить упрощения выражений.

Например, вычислить значение выражения:

**2.2**  при *в*=0,0025.

Решение:



Ответ: –2.

**2.3** Вычислить: при *х*=4,1.

Решение:

Сначала нужно упростить это выражение, заменив корни степенями с дробными показателями: =

Если *х*=4,1, то *х* – 4= 4,1 – 4=0,1.

Ответ: 0,1.

Вычислить:

**2.4** если *х*=9,1.

Решение:

Если *х=*9,1, то *х* – 49=9,1 – 49= –39,9.

Ответ: –39,9.

Упростить выражение: **2.5** 

Решение:

О.Д.З:  Применяя формулы сокращенного умножения, раскладываем знаменатель каждой дроби на множители:

 *а2 – 1=а2 – 12=(а – 1)*

*а3 – а2+а – 1=(а3 – а2)+(а – 1)=а2(а – 1)+*

*а3+а2+а+1=а2(а+1)+(а+1)=(а+1)*

*а4 – 1= а4 – 14=(а2 – 12) (а2 +12)=(а – 1)*(*а2+1*)*.*

НСЗ=(*а – 1)(а+1)(а2+1).*

Делим НОЗ на каждый из четырех знаменателей данных дробей.

Получим дополнительные множители для:

первой дроби 

второй дроби 

третьей дроби 

четвертой дроби 

Таким образом,



Ответ:  при 

Решение:

 

*х2+5х+6=0.* По теореме Виета:

*х1=* –2; *х2=* –3. Тогда



Ответ: при 

Упростить выражение:

**2.6** 

Ответ:  при 

**2.7** Упростить выражение: 

Решение:

Так как это выражение существует не при всех значениях переменной а, то найдем О.Д.З.:

  

 

 Значит, ОДЗ данного выражения .

В области допустимых значений превратим данное выражение.

Можно сначала преобразовать выражение:



Тогда 

Учитывая, что  имеем 

Ответ: .

Упростите выражение:

**2.8** 

Решение:

Ответ:  при условии, что

Упростите выражение: **2.9** 

Решение:



При *а – 5*

**2.10** При каких натуральных значениях R дробь  принимает натуральные значения?

Решение: Преобразуем данное выражение, применив теорему о делимости суммы: 

При любых натуральных значениях R выражение 5R+8 является натуральным числом. Выражение  приобретает натуральных значений только при тех натуральных значениях R, при каких 12 нацело делится на R, тоесть при R Ответ: .

**2.11** Дано: а Определить Y=

Решение:

Значит, 

Если а)   **

добыв корень, получим неравенство:

* * а потому **

Y= 

б)      

У= 

Ответ:

**Задания для самостоятельной работы:**

**2.12** При каком значении параметра а квадратный трехчлен  можно записать в виде полного квадрата разности двух одночленов?

Відповідь: 36.

 **2.13** Вычислить: , если . Ответ: 

**2.14** Вычислить:  если  Ответ: 0,8.

**2.15** Вычислить:  если  Ответ: 3,1.

**2.16** Вычислить:  если  Ответ: 12.

Упростить выражения:

**2.17.**  Ответ:

 **2.18.**  Ответ: 

 **2.19.**  Ответ: 

 **2.20.**  Ответ: 

 **2.21.**  Ответ: 

 **2.22.**  Ответ: 

**2.23.**  Ответ: 2.

**2.24.**  Ответ: 

**2.25.**  Ответ: 

**2.26.** При каких натуральных значениях *К* дробь  принимает натуральные значения?

Ответ: 